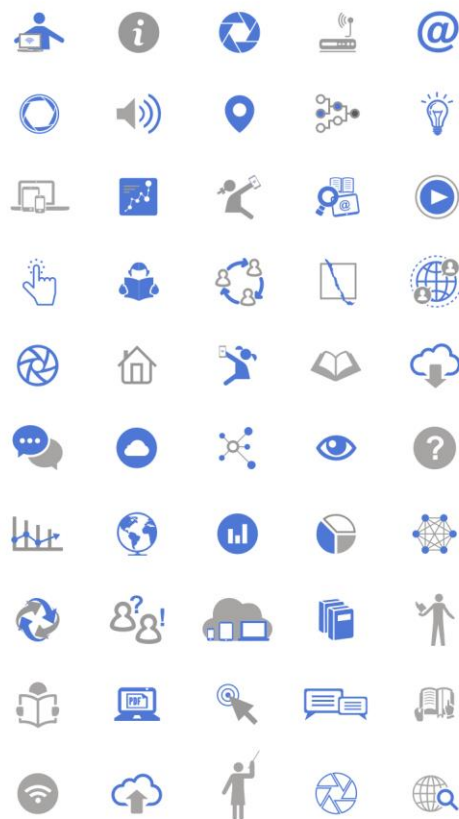




FACULTAD DE EDUCACIÓN
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Aportes de las Tecnologías de Información y Comunicaciones (TIC) a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas



OPED

Observatorio de Prácticas
Educativas Digitales



OPED

Observatorio de Prácticas
Educativas Digitales



**PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE**

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Facultad de Educación

Av. Vicuña Mackenna 4860, Macul, Chile

educación.uc.cl

Observatorio de Prácticas Educativas Digitales

Elaboración y Adaptación de contenidos:

Pedro Hepp Kuschel

Mary-Ann Isaacs Bornand

Daniel Vergara Pérez

Revisión de contenidos:

Magdalena Claro Tagle

Diseño:

Bárbara Mera Golborne



TABLA DE CONTENIDOS

Presentación	1
TPACK y Matemáticas	2
Recursos Mínimos de TIC en Matemáticas	6
MS Excel	8
Portales Educativos	11
GeoGebra.	13
Khan Academy	15
Recursos Específicos	17
Eje Números y operaciones	18
Eje Patrones y Álgebra	19
Eje Geometría	19
Eje Datos y probabilidades	20
Programación para el desarrollo de habilidades cognitivas superiores	21
Aplicaciones en dispositivos móviles	23
Pedagogía en Educación Parvularia	25
Recursos para dispositivos móviles	31
Planes de la Facultad que afectarán el uso de TIC en Matemáticas	32
Qué mirar a futuro en Matemáticas	32
Referencias	33



Presentación

El contexto crecientemente digital en que crecen las nuevas generaciones de estudiantes, plantea desafíos a las diferentes instituciones educativas, entre ellas, a las Facultades de Educación. Estos desafíos impulsan nuevas prácticas cotidianas y facilitan el acceso a una cantidad ilimitada de información y recursos, desafiando el rol del profesor en el proceso de aprendizaje del estudiante, así como también sus prácticas profesionales. Es por ello que la Facultad de Educación UC se plantea la necesidad de hacer de las nuevas tecnologías parte del proyecto académico y de desarrollo de la Facultad.



En este marco, se ha creado el Observatorio de Prácticas Educativas Digitales, con el fin de impulsar iniciativas de investigación y desarrollo docente orientadas a apoyar mejores prácticas educativas en ambiente digital. La presente serie de manuales “Aporte de las TIC a la enseñanza y aprendizaje”, busca aportar en esta tarea. Más específicamente, se creó con el objetivo de apoyar a los docentes de los cursos de formación inicial vinculados a las disciplinas de ciencias, lenguaje, historia y matemáticas, presentando un conjunto de recursos digitales y sus posibles usos en la enseñanza de cada una de estas disciplinas.



En particular, el presente manual, se inicia con una breve descripción del TPACK y la enseñanza de las matemáticas, a modo de poder entender teóricamente cómo la Facultad de Educación ha decidido orientar el uso de lo digital dentro de las prácticas pedagógicas de sus docentes. A continuación se aborda una sección especial, en que se han seleccionado aquellos recursos TIC que debieran conocer e idealmente dominar los docentes de matemáticas y los/as estudiantes de la Facultad, independiente del nivel (Párvulos, Básica o Media), debido a que es altamente probable que deban usarlos en su futura labor docente. Luego se presentan algunos recursos generales, de diversa índole que pueden ser aplicados en diversos contextos de enseñanza, tanto escolar como universitaria.



El documento se inicia con una breve descripción del TPACK y matemáticas, a modo de poder entender teóricamente cómo la Facultad de Educación ha decidido orientar el uso de lo digital dentro de las prácticas pedagógicas de sus docentes. A continuación se aborda una sección especial, en que se han seleccionado aquellos recursos TIC que consideramos que debieran conocer e idealmente dominar los docentes de matemáticas y los/as estudiantes de la Facultad, independiente del nivel (Párvulos, Básica o Media), debido a que es altamente probable que deban usarlos en su futura labor docente. Luego se presentan algunos recursos más especializados, por áreas de la matemática, el uso específico en la educación parvularia y la aplicación a dispositivos móviles.



Finalmente se proponen estrategias para que la Facultad promueva el uso y manejo de lo digital en la enseñanza de la matemática.

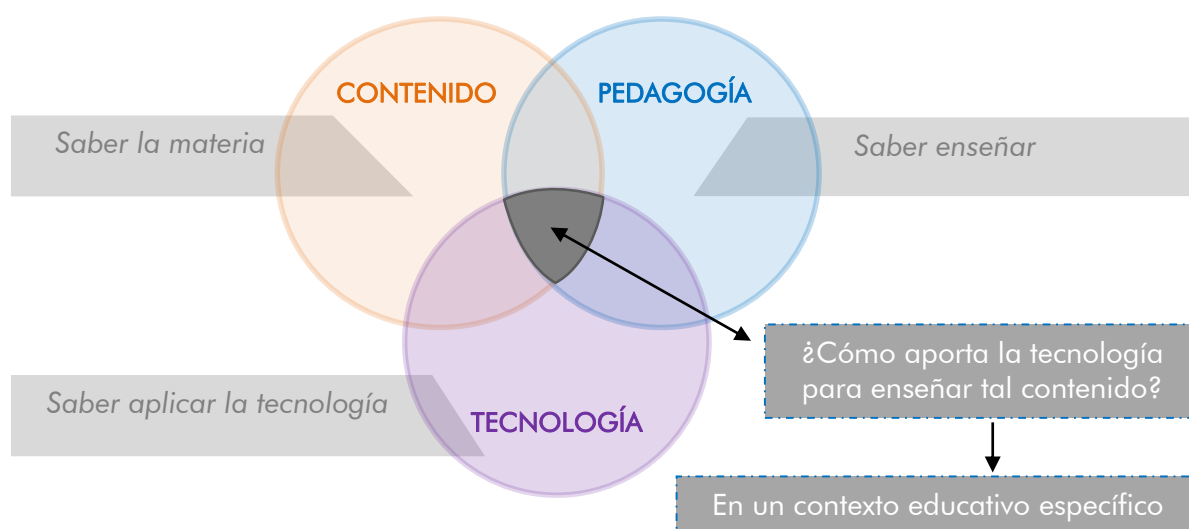


Esperamos que este material sea un aporte a su práctica docente.

TPACK y Matemáticas

¿Qué tipo de conocimientos necesitan los profesores para enseñar matemáticas con tecnologías digitales? La propuesta TPACK [Mishra 2006 (tpack.org)], que intersecta e interconecta los saberes disciplinarios, pedagógicos y tecnológicos, ofrece un marco de referencia para reflexionar sobre esta pregunta.

La propuesta TPACK



La pregunta sobre “Cómo enseñar matemáticas con Tecnología” tiene en TPACK varias componentes, que también requieren de respuestas. Por ejemplo, un docente universitario (o profesor de aula) necesita respuestas a las siguientes preguntas para utilizar TIC en matemáticas:

- ¿Por qué incorporar TIC –en general- para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas? ¿Qué hay en la relación Matemáticas–TIC que un docente debiera considerar?
- ¿En qué materias del curriculum de matemáticas contribuyen las TIC en los aprendizajes? ¿de qué manera? ¿qué evidencia hay para contextos similares al mío?
- ¿Qué software de matemáticas es apropiado, cómo usarlo, cuanto usarlo, qué recursos adicionales necesito (proyector, computadores, Internet), cómo evalúo los aprendizajes al usar el software?

Esta intersección de saberes ha tenido una dinámica importante en la última década, tanto por la evolución de los conceptos y contenidos curriculares en pedagogía en matemáticas, como por el avance de la tecnología digital y los beneficios que les atribuyen los profesores de matemáticas. Es así como en la década de los 80 y 90 el foco fue en “drill and practice”, calculadoras gráficas para visualización de



funciones, uso de planillas de cálculo y en menor medida, software como Logo y Geometric Supposer. Actualmente, la evidencia indica que muchos profesores de matemáticas no tienen la preparación suficiente para integrar las nuevas tecnologías digitales en el curriculum de matemáticas. Por ejemplo, herramientas de geometría dinámica y calculadoras gráficas avanzadas con sistemas computacionales de álgebra, son usadas básicamente para proporcionar ejemplos en los que los estudiantes imitan las acciones con estos recursos para hacer verificaciones y realizar más “drill and practice”. En resumen, aunque las tecnologías han evolucionado, las estrategias para su integración efectiva en el aprendizaje de las matemáticas no han evolucionado a la par [Niess 2009].

Esta evidencia sobre la insuficiencia de la preparación de profesores –y finalmente también de los alumnos- para hacer uso efectivo de la tecnología en educación, llevó en la última década al desarrollo de diversos estándares de conocimientos y habilidades necesarias para aprovechar las TIC [ISTE 2007 y 2008].

El foco de estos estándares varió de las tecnologías a una preocupación sobre el curriculum y los usos pedagógicos de las TIC. Según [Earle 2002], *“la integración de tecnología no es acerca de tecnología, es principalmente sobre contenido y didácticas. La tecnología abarca las herramientas con las cuales se entrega contenido y se implementan práctica de mejor forma. Su foco debe ser sobre curriculum y aprendizaje. La integración de tecnología se define no por la cantidad y tipo de tecnología usada, sino que por cómo se usa y por qué se usa”*.

EL NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) de EE.UU. ha apoyado TPACK, indicando que *“la tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; ella influye en las matemáticas que son enseñadas y mejora los aprendizajes”* [NCTM 2000]. Similarmente, la AMTE (Association for Mathematics Teacher Educators) ha recalado la necesidad de mejorar la preparación de los profesores de matemáticas: *“la preparación de los profesores de matemáticas debe asegurar que todos ellos tengan la oportunidad de adquirir el conocimiento y la experiencia necesaria para incorporar tecnología en el contexto de enseñar y aprender matemáticas”* [AMTE, 2006].

En el escenario actual, ¿qué es lo que significan estas recomendaciones para mejorar la preparación de los profesores de matemáticas?

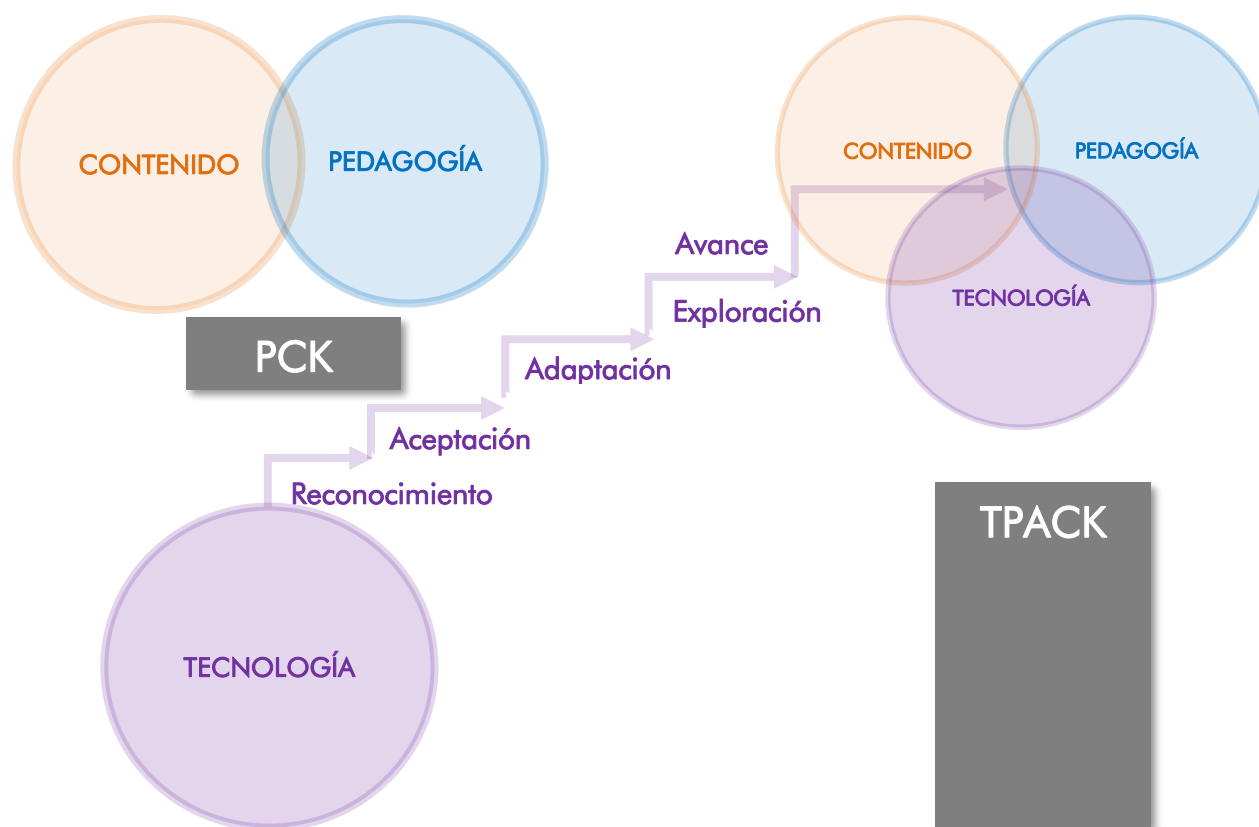
Luego de años de observación de cómo los profesores de matemáticas usaban las TIC (especialmente en planillas de cálculo), [Niess 2005 y 2007] propuso un modelo de integración progresiva de las TIC en matemáticas, basado en las propuestas sobre procesos de innovación de E. Rogers.

Este modelo es sólo un ejemplo de varios modelos posibles que se explorarán con los docentes de matemáticas, con el fin de utilizar aquel que se ajuste mejor a las necesidades de la Facultad y la formar de enseñar de sus docentes.

El modelo de Rogers es el siguiente (resumen):

1. Reconocimiento (conocimiento): los profesores son capaces de usar la tecnología y reconocer la alineación de la tecnología con el contenido de las matemáticas, pero aún no integran la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
2. Aceptación (persuasión), los profesores toman una actitud favorable o desfavorable hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con una tecnología apropiada.
3. Adaptación (decisión), los profesores participan en actividades que conducen a una decisión sobre adoptar o rechazar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con una tecnología apropiada.
4. Exploración (aplicación), los profesores activamente integran la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con una tecnología apropiada.
5. Avance (confirmación), los profesores evalúan los resultados de la decisión de integrar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con una tecnología apropiada.

Esquemáticamente, esta progresión puede representarse así:



Una observación importante acerca de estos niveles de progresión hacia TPACK es que al aparecer nuevas tecnologías, se requiere una nueva reflexión sobre su integración en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de modo que este proceso resulta ser iterativo. La disposición favorable hacia una tecnología no determina necesariamente la misma disposición hacia una nueva tecnología. Los profesores normalmente cuestionan una integración que es diferente a la forma en que aprendieron un concepto matemático específico.

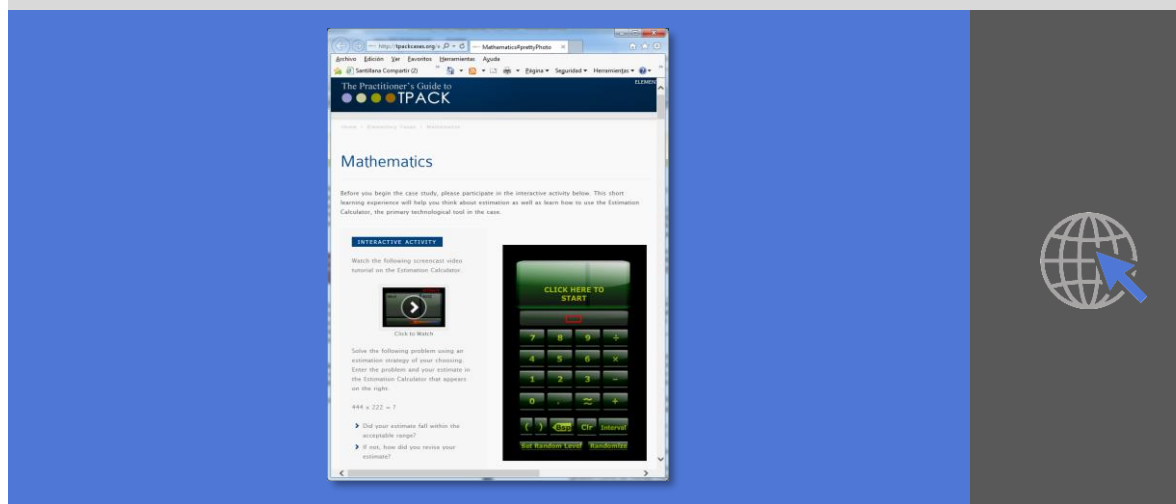
Sería interesante conocer los niveles en que se encuentran los profesores de la Facultad respecto de este (u otro) modelo, ya que cada nivel implica diferentes estrategias de formación y de apoyo.

Así, en principio el objetivo es lograr una familiarización básica de los docentes con algunos de los recursos más usados de la tecnología en matemáticas, así como sus beneficios y costos de usarla, en especial lo que se gana en aprendizaje de los alumnos. Esta familiarización es factible a través de talleres, ejemplos de pares, tutoriales y apoyo en aula para experimentar. Más adelante se propone en este documento el conjunto mínimo de recursos tecnológicos que podrían ser el piso básico de la Facultad.

En resumen, la integración de TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas durante la formación de profesores, es un tema complejo, en pleno desarrollo e investigación. TPACK ofrece un marco de referencia que ayuda a reflexionar sobre los diversos desafíos al respecto.

A partir de TPACK se han desarrollado propuestas sobre “cómo hacerlo”, para lo cual se recomienda explorar los casos de TPACK en diversos sitios Internet, tales como:

<http://tpackcases.org/elementary-cases/mathematics/#prettyPhoto>





Recursos Mínimos de TIC en Matemáticas

La presente sección es una propuesta para los especialistas de matemáticas. En ella se han identificado dos grupos de usos y recursos digitales mínimos para matemáticas, que proponemos sean conocidos y usados por todos los docentes de matemáticas y sean aprendidos por los alumnos como futuros recursos de aula. Por cierto, estos mínimos habrá que revisarlos anualmente.

El primer grupo se refiere a usos y recursos considerados fundamentales para matemáticas, que requieren de sólidos conocimientos, estrategias de uso y experiencia. El segundo grupo corresponde a aquellos recursos considerados importantes de conocer aunque a un nivel más básico que el grupo anterior.

Hechas todas las modificaciones y sugerencias de los especialistas, proponemos levantar un plan especial de talleres de familiarización con estos recursos para todos los docentes de matemáticas de la facultad, así como de los alumnos de todos los programas (Educ. de párvulos, básica y media).

Cabe señalar que antes de abordar los recursos a continuación, los docentes y alumnos deberán ya tener una familiarización con conceptos básicos de informática tales como uso de Internet (en especial buscadores), de procesador de texto y presentador (tipo PowerPoint), así como lo básico de planillas de cálculo (tipo Excel u hoja de cálculo de Google).

Recursos fundamentales para docentes y alumnos de educación de párvulos, básica y media, que requieren de habilidades y experiencias extensas:

Los recursos TIC de esta sección son aplicables en más de un eje de Matemáticas y, en muchos casos, pueden usarse desde Educación Parvularia a Educación Media.

Los siguientes son los recursos fundamentales propuestos:

- 1) **MS Excel**, Planillas de Google Docs (se detalla más adelante), tanto como herramienta de gestión como de trabajo matemático.
- 2) **Sitios educativos**: conocimiento del contenido de recursos, experiencias pedagógicas y posibilidades de trabajo colaborativo en sitios educativos nacionales y extranjeros. Al menos los siguientes:

- Sitios nacionales: portales educativos
<http://www.educarchile.cl>, <http://www.yoestudio.cl> y
<http://www.curriculumenlineamineduc.cl>.
- Sitios extranjeros:
<http://www.educ.ar/>, <http://www.colombiaaprende.edu.co> y
<http://www.eduteka.org>





3) Software especializado de matemáticas. Conocimiento de al menos un software orientado al aprendizaje del matemáticas para su carrera (educ. párvulos, básica y media). Cada año deberá seleccionarse alguno sobre el cual haya claridad en cómo usarlo en un determinado contexto, para qué contenido curricular, qué aporta al aprendizaje y cómo evaluar los aprendizajes.

4) Equipamiento (hardware): uso de tecleras y de pizarras digitales. Conocimiento de los métodos que más se ajustan o que han mostrado mayor efectividad en los aprendizajes de matemáticas. Cabe destacar la vasta experiencia de pizarras digitales en educación de párvulos. Recientemente se han incorporado tablets en las escuelas, tendencia que se va haciendo masiva, tanto en educación de párvulos como en educación básica. Conviene conocer los métodos de uso dentro y fuera de aula y algunas de las aplicaciones básicas en matemáticas.

En todos los casos, pero especialmente en Educación Parvularia y en el 1er ciclo de Educación Básica, habrá que agregar muy pronto a esta lista algunas aplicaciones diseñadas para uso en plataformas móviles, tablets y smartphone, debido a la rápida integración que se está haciendo de estos aparatos en el sistema escolar chileno.

Recursos importantes para docentes y alumnos en educación de párvulos, básica y media, que requieren de habilidades y experiencias básicas:

- 1) **GeoGebra:** como recursos ampliamente utilizado en el sector escolar.
- 2) **Khan Academy:** como recurso de apoyo de creciente uso escolar
- 3) **Administración básica de un computador,** como apoyo a su gestión docente: uso de antivirus, respaldos de información, configuración de pantalla, conexión a impresoras, proyectores, TV y periféricos en general, actualización de drivers, personalización (pantalla, teclado, mouse).



Estos recursos están pensados principalmente para los alumnos, debido a que dispondrán de ellos como profesores de aula.



MS Excel



Excel es probablemente el recurso TIC para matemáticas de uso más frecuente en el sistema escolar y universitario. Aunque en muchos casos es utilizado para gestión (notas, listas de recursos, etc.), también se aplica en la enseñanza básica y media para fines educativos.

Proponemos que todo alumno debiera saber, como mínimo, lo siguiente acerca del uso de Excel:

- ➔ Conceptos básicos: filas, columnas, celdas y su dirección.
- ➔ Tipos de datos y su formateo: número, texto, porcentaje, fecha, hora, imagen, hipervínculo, etc.
- ➔ Fórmulas con operadores. Actualización automática de celdas con fórmulas ante cambios en el entorno. Uso de rangos de celdas. Referencias a celdas variables y absolutas. Uso de fórmulas con decisiones (if-then).
- ➔ Funciones estadísticas básicas: suma, promedio, min, max, redondeo, contar, moda, etc. en rangos de celdas.
- ➔ Crear y formatear distintos tipos de gráficos.
- ➔ Manejo de tablas y formateo con colores y bordes.
- ➔ Uso básico de tablas dinámicas.
- ➔ Uso de la planilla como base de datos simple; ordenar y filtrar filas
- ➔ Impresión selectivas de filas y columnas
- ➔ Formateo de partes de una planilla con bordes, colores, tipos de letras, etc.
- ➔ Uso de pestañas (varias planillas) y referenciar celdas entre ellas.
- ➔ Integración de tablas y gráficos en otros documentos (documento de texto o presentación)

Se ha dejado explícitamente fuera de esta propuesta algunas opciones poderosas que requieren un tratamiento más avanzado, como por ejemplo, el uso de *macros*.

Se propone que el anterior listado sea el “requisito de entrada” de los alumnos a los cursos de matemáticas de la Facultad. En los cursos deberán poder usar los conceptos involucrados para diseñar simulaciones con variables cuantitativas, reconocer la sensibilidad de esas variables, visualizarlas en gráficos, producir información en forma de tablas y gráficos a partir de grandes cantidades de datos en una planilla, aplicando fórmulas con funciones en partes seleccionadas de ella; hacer interpretación de datos y resultados, etc.

En cuanto al uso de planillas de cálculo para la gestión escolar, hay numerosas aplicaciones posibles. Algunos ejercicios básicos son los siguientes:



- ➔ Crear la lista de alumnos de un curso, asignarle notas parciales con distinta ponderación y calcular la nota final de cada uno, el promedio del curso y marcar las filas con los alumnos repitentes con un color diferente.
- ➔ Crear una base de datos con una lista de materiales didácticos asignados a cada curso, ordenarla por nivel y valor, etc. y aplicarles fórmulas a alguna columnas.
- ➔ Llevar parte del libro de clases (asistencia y otros) con una planilla y mantener indicadores de asistencia, semáforos con los alumnos que más faltan, etc.
- ➔ Construir una planilla con el horario de clases semanal.
- ➔ Llevar todos los indicadores de la escuela con colores y semáforos según valores esperados y actuales. Ejemplo: SIMCE por nivel y asignatura, PSU, asistencia, etc.

Hay numerosas aplicaciones de Excel para apoyar el aprendizaje de las matemáticas. Algunos ejemplos se encuentran en:

- El sitio español Aplicaciones didácticas de hojas de cálculo muestra paso a paso como realizar ejercicios de refuerzo, de resolución de problemas, etc.:
<http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/ca/software/software-educativo/482-aplicaciones-didacticas-de-las-hojas-de-calculo>
- El sitio Eduteka tiene una sección especial sobre hojas de cálculo:
<http://www.eduteka.org/HojaCalculo2.php>
- El Portal EducarChile incluye una serie de recursos y experiencias sobre el uso de planillas de cálculo.



En YouTube existen diversos tutoriales en español para aprender Excel, desde lo básico a sus funciones más avanzadas. Por ejemplo:

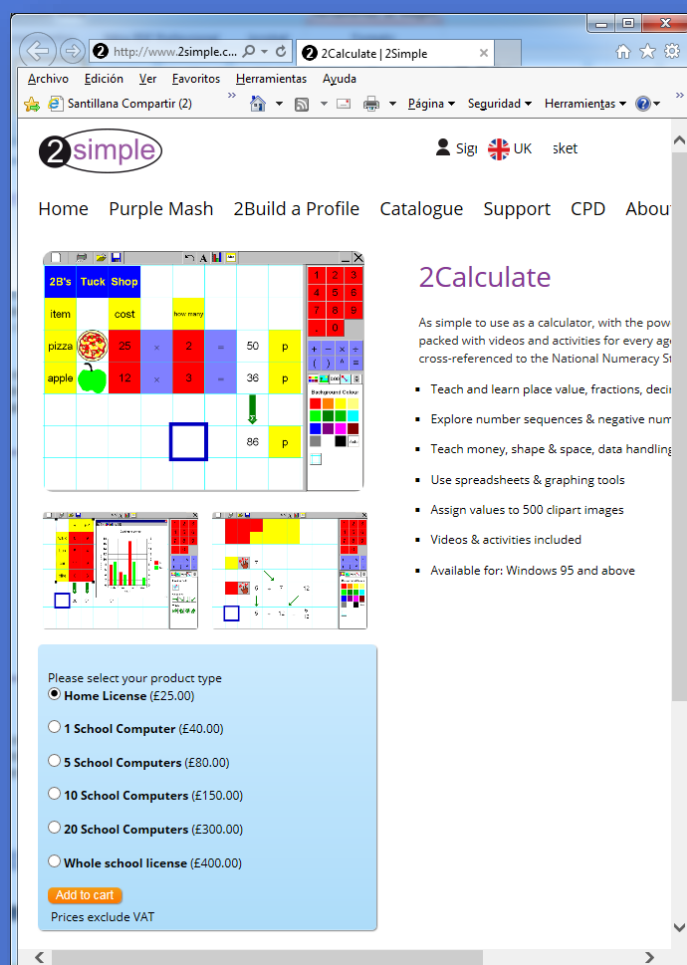
- Operaciones Básicas. <https://www.youtube.com/watch?v=YePlwEyA5TE>
- Cómo utilizar las funciones matemáticas en Excel:
https://www.youtube.com/watch?v=95U28VJ81_Y



Además de aprender de Excel, es conveniente que los alumnos aprendan el uso de planillas en **Google Docs**, en especial por las facilidades de edición colaborativa de información y su disponibilidad en cualquier plataforma. Google Docs tiene funciones avanzadas de integración con otro software, que pueden incluirse como recursos avanzados.

Excel se recomienda abordarlo como herramienta de gestión en todos los niveles escolares y como herramienta matemática, a partir del 2º ciclo de enseñanza básica. Sin embargo, existen variantes de Excel para Educación de Párvulos, tales como 2Calculate, el cual es de pago:

<http://www.2simple.com/product/2calculate>





Portales Educativos



El Ministerio de Educación ha puesto a disposición del sistema escolar una serie de sitios con contenidos de matemáticas asociados al currículum. Por esta razón, estas son herramientas conocidas en el sistema escolar y también debieran ser conocidas por los alumnos de educación. Los sitios más destacados son los siguientes:

Portal Yo Estudio (<http://www.yoestudio.cl>). Este es uno de los sitios más actualizados y mejor orientados a alumnos del sistema escolar sea el de “YoEstudio” del Ministerio de Educación.

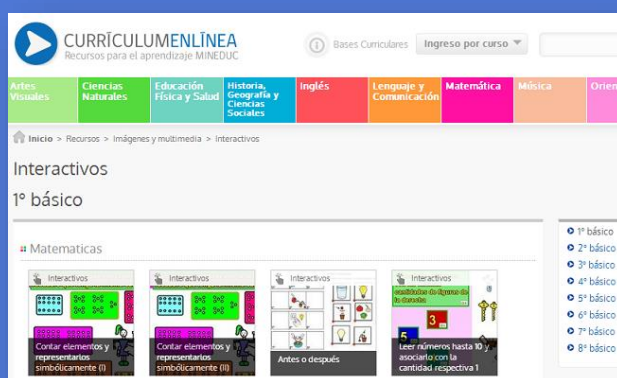


Una vez registrado en el sitio, cada usuario (alumno, profesor o apoderado) tiene un espacio propio y acceso a una serie de recursos educativos en los diversos niveles y asignaturas.

Los recursos están organizados de acuerdo al currículo. Es posible encontrar ejercicios en línea con retroalimentación inmediata, como por ejemplo, problemas matemáticos:

MINEDUC. Currículum en línea. Este es un repositorio de textos digitales, recursos de audio e imágenes, clasificados de acuerdo a los Programas de Estudio chilenos.

<http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-channel.html>



Portal Educarchile

El portal educarchile es un sitio web establecido como una colaboración entre el Ministerio de Educación y Fundación Chile. Es uno de los portales educativos chilenos más visitados por el sector escolar. De acuerdo a datos del año 2013 tiene 1.8 millones de visitas únicas mensuales. Posee más de 25.000 recursos entre imágenes, actividades, softwares educativos, animaciones, sitios geográficos, sonidos y objetos de aprendizaje interactivos.

Respecto de recursos para el aprendizaje de las matemáticas, es importante destacar uno de los espacios en la sección estudiantes denominado **Ponte al día**. Allí es posible encontrar recursos para enseñanza media, categorizados y distribuidos por nivel y asignatura.

Otro recurso muy utilizado en educación básica es el software o aplicación interactiva que trabaja temas específicos de matemáticas para un determinado nivel escolar. En Educarchile son denominados ODAS (objetos de aprendizajes), conformados por una guía para el profesor y un recurso interactivo para el estudiante. Están organizados por asignatura y nivel. Los ODAS de matemáticas están clasificados por ejes de acuerdo al currículo.





Geogebra



Geogebra es un software libre para el aprendizaje de las matemáticas, reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos, estadística y cálculo. Está disponible en varias plataformas. *“Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraica general y simbólica, estadísticas y de organización en tablas, planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Ha recibido numerosas distinciones y ha sido galardonado en Europa y USA en organizaciones y foros de software educativo”*¹.

La última versión de Geogebra es la 4.4. Existe un sitio oficial (wiki) donde es posible encontrar información, novedades y ayuda para la instalación de la nueva versión:

http://wiki.geogebra.org/es/Notas_Lanzamiento_de_GeoGebra_4.4



El sitio oficial de Geogebra es un completo recurso que sirve de guía para los nuevos usuarios y de actualización para quienes ya llevan tiempo usando el programa. El sitio oficial está en:

<http://www.geogebra.org/cms/es/>

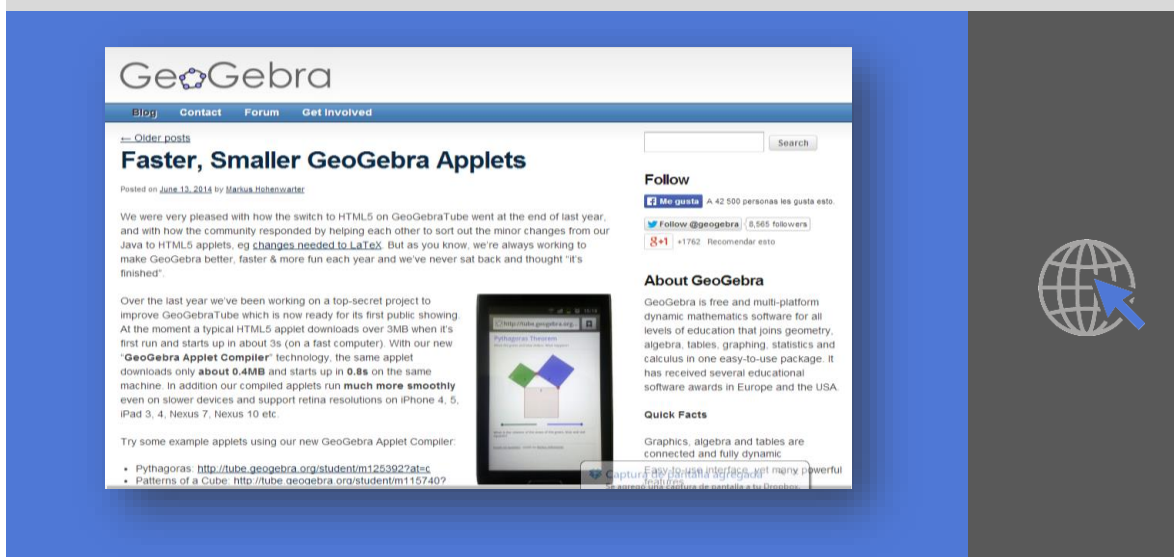


¹ <http://www.geogebra.org/cms/es/info>



Es importante destacar dos recursos del sitio oficial. Uno de ellos es el blog, puesto que es un espacio actualizado con las novedades e información que aportan los usuarios de la comunidad GeoGebra. El blog está en

<http://blog.geogebra.org/>



El segundo recurso a destacar es GeoGebra Tube. En este espacio es posible encontrar diversos materiales educativos diseñados con el software, organizados en los materiales destacados, los más recientes y los más valorados. Los recursos están en:

<http://tube.geogebra.org/?lang=es>





Por último, uno de los componentes de la comunidad GeoGebra son los denominados Institutos GeoGebra, iniciativas locales de la comunidad. De acuerdo al sitio oficial del software, en Chile existen dos organizaciones que realizan diversas actividades y participan de la comunidad GeoGebra. Estas organizaciones son:

- Instituto pedagógico de GeoGebra de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.
- Instituto de GeoGebra de la Universidad de Santiago de Chile.

En el sitio oficial, aparecen los equipos que los conforman y sus correos electrónicos.

Aplicaciones

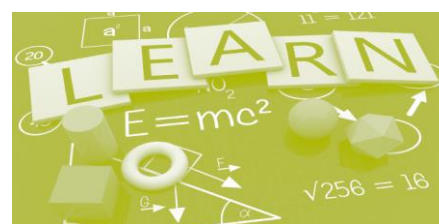
GeoGebra permite una amplia gama de actividades en los diferentes ámbitos que presenta. Existe un completo curso acerca de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas realizado por el Ministerio de Educación de España. El curso permite explorar y también conocer en profundidad las potencialidades del Programa.

El curso se encuentra en:

<http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/123/cd/presentacion/modulos.html>



Khan Academy



Khan Academy (<https://www.khanacademy.org>) es una fundación que pone gratuitamente a disposición un gran número de ejercicios y videos explicativos de matemáticas, muchos de ellos ya están en español. Posee mecanismos de diagnóstico y recomendaciones de vídeos y ejercicios de nivelación. Tiene posibilidades de monitoreo de los avances de un grupo de alumnos o curso por parte de un profesor.

Khan Academy es ampliamente conocido por el uso de vídeos breves que explican conceptos de matemáticas, pero ofrece una serie de otras funciones, incluyendo juegos (se reciben “puntos” por ejercicios bien respondidos y un gran banco de ejercicios. Estos ejercicios son creados dinámicamente en base a los ejercicios que resuelve (o no resuelve) un determinado alumno. De esta manera, dos alumnos diferentes no usarán los mismos ejercicios.

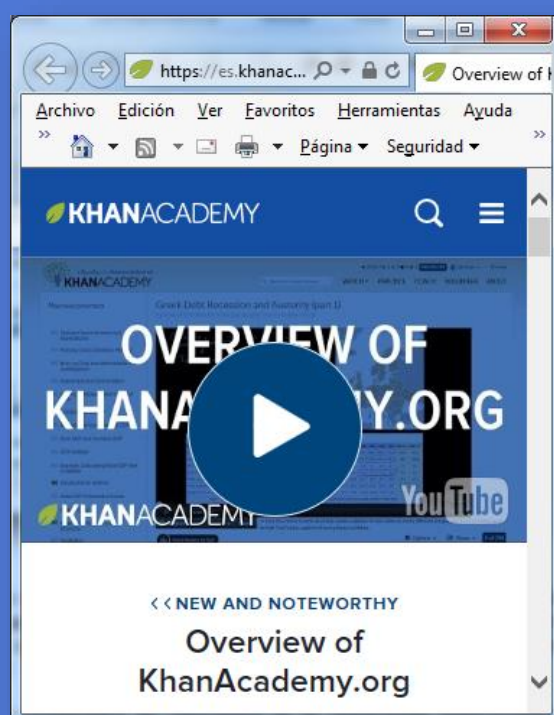
Khan Academy se usa en métodos como “Flipped Classroom” en que los alumnos estudian las materias en sus casas, y en clase, el profesor principalmente resuelve dudas y realiza ejercicios.

- <https://www.khanacademy.org/about>
- <https://www.khanacademy.org/math/probability>



Cómo usar Khan Academy:

<https://es.khanacademy.org/talks-and-interviews/other-features/v/overview-of-khanacademy-org>



Actualmente, Khan Academy es promovido por el Ministerio de Educación y ya existen diversas experiencias escolares con buenos resultados. Por ejemplo, Khan Academy ha sido objeto de investigación en escuelas de Chile [Light 2014]. Entre las conclusiones de su estudio, se indica:



Mayor exposición a problemas de matemáticas.

En una clase tradicional, los estudiantes pueden ver 10 a 15 ejercicios, pero el profesor nunca podía estar seguro de cuántos estudiantes participaban realmente en hacer los ejercicios o cuántos copiaban las respuestas. Khan Academy cambia fundamentalmente esta dinámica. A través de un banco infinito de ejercicios únicos, los estudiantes tienen que resolver sus propios ejercicios.

Los estudiantes se comprometen más con las matemáticas.

Los elementos de juegos en el sitio sirven para motivar a muchos estudiantes a hacer más ejercicios de matemáticas. La mayoría de los estudiantes con los que hablamos, describieron Khan Academy como divertido. Pero es la característica de una respuesta inmediata y el acceso a ayuda “justo - a - tiempo” lo que ayuda a mantener a los estudiantes participando y completando más ejercicios. Los estudiantes no necesitan esperar la asistencia de un profesor; pueden obtener ayuda de sus compañeros o de la plataforma Khan. Ya no existe un cuello de botella de la transferencia de información, con el profesor tratando de ayudar a todos los estudiantes a la vez.

Los estudiantes más rápidos avanzan más rápidamente al tiempo que permite a otros estudiantes tomar tiempo para lidiar con las habilidades matemáticas que encuentran difícil. Algunos estudiantes necesitan más práctica para consolidar su capacidad operativa, otros tienen que trabajar con el profesor para resolver dudas y los más avanzados pueden seguir progresando según sus capacidades.



En el centro de recursos de Educarchile es posible encontrar 99 recursos de matemática de Khan Academy, de los ejes **Números, Álgebra, Datos y Azar y Geometría** (7° básico a 4° medio), **Números y Operaciones y Álgebra** (educación básica). Estos 99 recursos fueron traducidos al español. Además, cada video presenta una clasificación curricular y sugerencias de uso pedagógico. Algunos videos contienen actividades y ejercicios complementarios, correspondientes a videos originales de Khan Academy y materiales desarrollados especialmente por **Educarchile**.

Para la Facultad de Educación, Khan Academy representa un buen repositorio de ejercicios de matemáticas, videos explicativos (en español) y mecanismos de evaluación de conocimiento matemático de los alumnos. Es interesante que está siendo cada vez más usado en el sistema escolar y que existe una comunidad internacional de matemáticos desarrollándolo.



Recursos Específicos

En esta sección se ha incluido una variedad de recursos tecnológicos como referencia para los especialistas.

Hay 2 paquetes en el sistema escolar chileno que están siendo progresivamente usados en el sistema escolar y en diversas facultades universitarias con el propósito de nivelar conocimientos de matemáticas. Uno es Aleks y el otro Gal&leo.

Gal&leo (<http://cl.galyleo.net/>) es un producto chileno, para educación superior. El sitio web de Gal&leo indica:

“GAL&LEO cuenta con herramientas para reforzar y apoyar a los estudiantes en los contenidos de los programas de Educación Superior. Proponemos una alternativa que permite a los alumnos nivelar sus “lagunas de aprendizaje” en las áreas mencionadas, además de entregar nuevos contenidos, haciendo un seguimiento efectivo de aprendizajes.”



Aleks (<http://www.latinoamerica.aleks.com>), el cual ya ha sido probado en la Facultad de Educación. Su web indica:

“ALEKS es un sistema de inteligencia artificial para evaluación y aprendizaje en línea. ALEKS utiliza cuestionamiento adaptivo para determinar rápidamente y con precisión los conocimientos de un estudiante y lo que no sabe en un curso. ALEKS luego instruye al estudiante en los temas que está preparado para aprender. Mientras un estudiante trabaja a través de un curso, ALEKS evalúa al estudiante periódicamente para asegurar que los temas aprendidos sean retenidos. Los cursos de ALEKS son muy completos en la cobertura de sus temas y ALEKS evita preguntas de opción múltiple. Un estudiante que demuestra un dominio a nivel superior en un curso de ALEKS tendrá éxito en el curso que está tomando.

ALEKS también proporciona las ventajas de instrucción personal (individual), 24/7, virtualmente desde cualquier computadora con acceso al internet.”



A continuación se presentan algunos recursos ordenados por los ejes del curriculum de matemáticas, a ser eventualmente evaluados por los especialistas como recursos para docencia..



Eje Números y operaciones



Existe una variedad de recursos en Internet, como juegos y sitios educativos, que pueden transformarse en un recurso para tratar temas como: adición, sustracción, multiplicación, división; cálculo mental, entre otros. Algunos ejemplos:

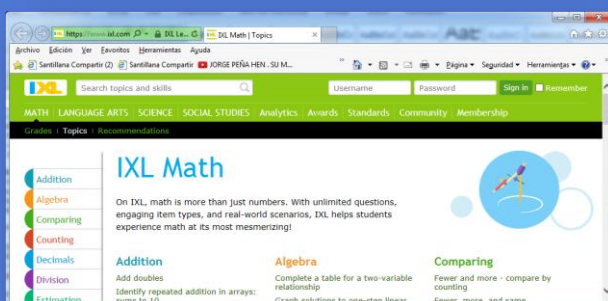
EducationalFreeware: Sitio de recursos educativos gratuitos, organizados por nivel y categoría.

<http://www.educational-freeware.com/>



IXL Learning: Sitio Web con ejercicios interactivos para estudiantes de Educación Parvularia, Enseñanza Básica y Enseñanza Media.

<http://www.ixl.com/math/topics>





Eje Patrones y Álgebra



La siguiente tabla muestra ejemplos de videos que permiten estudiar y aprender álgebra en línea.

Educatina: Contiene videos para estudiar álgebra, organizados por temas.
<http://www.educatina.com/matematicas/algebra>

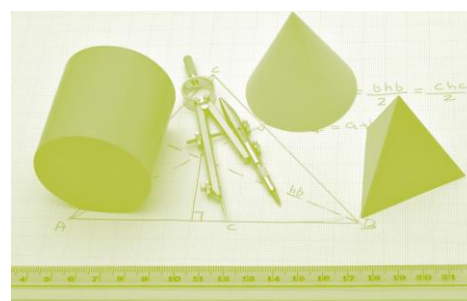
TareasPlus: Gran plataforma de videos educativos creados por un conjunto de expertos en química, física y matemática.
<http://aula.tareasplus.com/Equipo-Tareasplus/Solucionario-del-Algebra-de-Baldor>

Unicoos: Plataforma de videos de física, química y matemática
<https://www.youtube.com/playlist?list=PL6BAF7B464457FC89>

Hippocampus: Plataforma de videos de matemática, ciencias naturales, economía e idiomas. www.hippocampus.org



Eje Geometría



(Ver GeoGebra)



Eje Datos y probabilidades



(Ver GeoGebra),

Conceptos y herramientas básicas de estadística:

<http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=200751>

Stanford University. En el sitio de la universidad se pueden encontrar videos y publicaciones acerca de matemáticas y estadística.

<http://library.stanford.edu/mathstat>

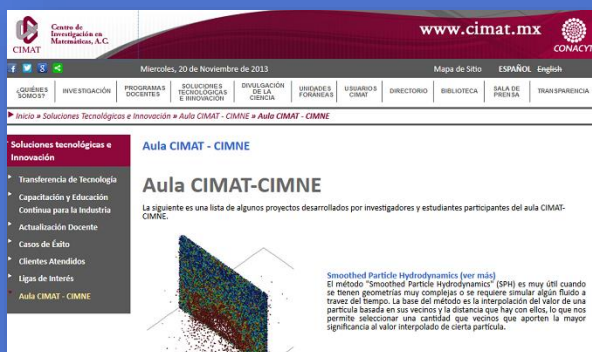
Wolfram Mathematica (<https://www.wolframalpha.com/>): software científico y técnico usado en diversas áreas del conocimiento. En matemáticas es útil para el procesamiento de información, simulaciones, manejos gráficos, cálculos complejos, etc.

Mathics (<http://www.mathics.org/>), alternativa gratuita a Wolfram Mathematica, puede usarse directamente en PC o de forma online. Aborda materias como Álgebra, Trigonometría y Cálculo (Integral, Diferencial, de Ecuaciones Diferenciales, etc.). Utiliza gráficos interactivos en 2D y 3D.



CIMAT: Centro de investigaciones matemáticas.

<http://www.cimat.mx/es/SolucionesTecnologicasInnovacion/AulaCIMAT-CIMNE>



Programación para el desarrollo de habilidades cognitivas superiores



Cada vez más países han comenzado a prestar atención a temas como “Pensamiento Computacional” y “Programación” como parte del currículo escolar. Esto se ve reflejado en nuevos sectores curriculares para “Computación”, “Informática” o “Ciencia de la Computación” incluso desde los primeros años de educación primaria. Por ejemplo, el nuevo currículo Inglés declara que *“una educación en computación de alta calidad, equipa a los estudiantes para utilizar pensamiento computacional y creatividad para comprender y cambiar el mundo”*².

La propuesta es que la Facultad de Educación no quede ajena a esta reflexión, en especial para la formación en matemáticas y en ciencias.

Las ventajas principales que se le asignan a este enfoque son: desarrollo de habilidades cognitivas superiores a través del planteamiento y abordaje de problemas significativos para los alumnos; desarrollo del pensamiento algorítmico y acercamiento gradual a temas complejos (como fractales, recursividad, visualización de patrones) de manera simple (al menos en cuanto a la programación); conexión del mundo virtual con el mundo real a través de dispositivos sensores y actuadores.

Es una corriente de pensamiento denominada “Construccionismo” en algunos contextos, la que proviene del Constructivismo. Postula que el aprendizaje ocurre cuando los alumnos están comprometidos en la construcción de un artefacto o proyecto que les es personalmente significativo. Involucra sus emociones, su mente y su físico, sus fantasías, gustos, expectativas... (“todo ellos”). Cuando los alumnos se involucran creando algo, están construyendo conocimiento en sus mentes; están probando sus ideas, haciendo conjeturas, conexiones entre sus ideas y reorganizándolas; están mostrando sus proyectos a otras personas, explicándolos y discutiendo acerca de ellos. Parte del aprendizaje es social, en colaboración con otros.

Los alumnos construyen estructuras de conocimiento y los artefactos que construyen se constituyen en “objetos con los cuales pensar” e involucran a otros en ese pensamiento. Este nuevo conocimiento les permite realizar construcciones más sofisticadas, que los conduce a más conocimiento... y así sucesivamente, en un ciclo que se va auto reforzando. Se busca que el aprendizaje sea personalmente significativo, emocionante, comprometedor a través de la producción de productos tangibles y/o visibles en que participe su imaginación.

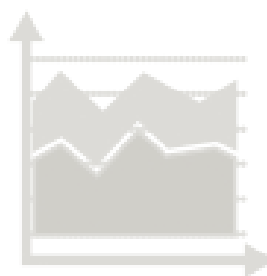
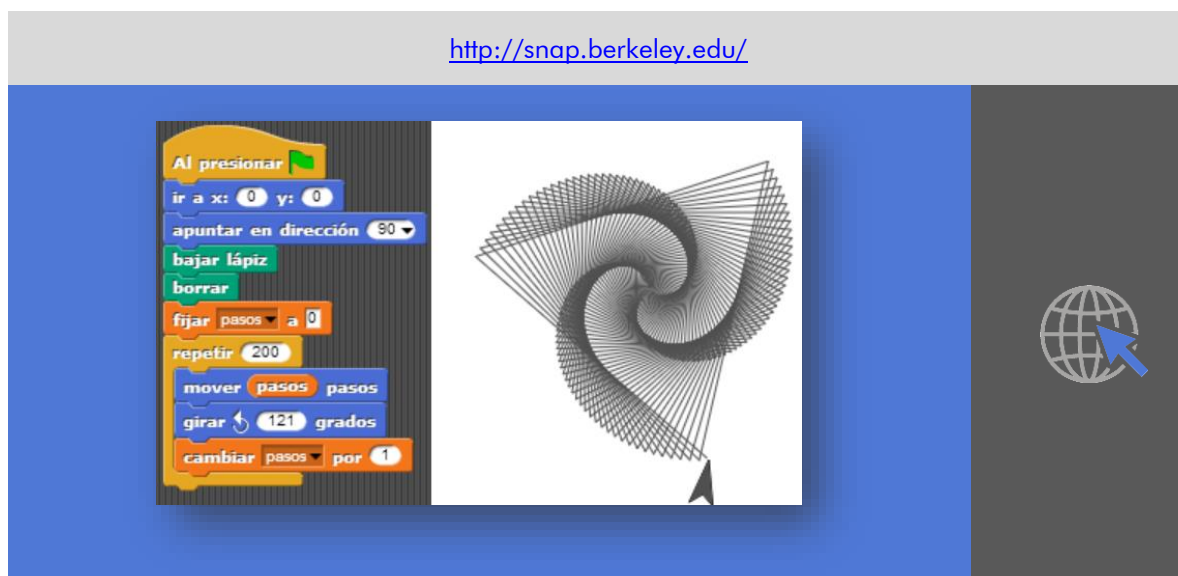
² *Computing programmes of study: key stages 1 and 2 National curriculum in England.*
http://www.computingschool.org.uk/data/uploads/primary_national_curriculum_-_computing.pdf

Los primeros pasos en esta teoría se dieron en la década de los 80 con el lenguaje Logo. Luego de muchas experiencias, logo tuvo una serie de derivaciones. Actualmente, una variante de Logo está inserto en los robots de lego-Mindstorms.

La **programación de tarjetas Arduino** puede realizarse con el lenguaje Scratch (<http://scratch.mit.edu/>), un descendiente de Logo del MIT, o bien con lo más reciente, el lenguaje para escolares denominado **Snap**, descendiente de Scratch, de la U. de Berkeley (<http://snap.berkeley.edu/>).

Snap (o Scratch) es utilizable en todos los niveles escolares, desde Educación Parvularia en adelante. Es especialmente recomendable para realizar proyectos de ciencias y matemáticas relevantes para los alumnos.

Imagen de la interfaz de programación de Snap, con una figura creada por un bloque de instrucciones en un algoritmo recursivo.



Aplicaciones en dispositivos móviles



Se ha optado por presentar las aplicaciones en dispositivos móviles, tales como tablets y celulares, como aun algo especial en el sistema escolar y universitario. Sin embargo, dadas las actuales políticas de equipamiento del Mineduc, esta situación ya está cambiando de manera sustantiva. Se espera que en el año 2015, miles de profesores de Educación Parvularia y de Educación Básica, dispondrán o tendrán acceso a un tablet, con sistema operativo Android y una serie de aplicaciones de matemáticas y otras asignaturas. Esta tendencia seguramente se incrementará en los próximos años, con lo que sería conveniente preparar a los alumnos de nuestra Facultad para sacarle provecho a estos nuevos recursos.

La gran mayoría de las aplicaciones de Matemáticas para móviles están en el idioma inglés, sin embargo no son difíciles de usar para muchos alumnos chilenos, ya que el uso del lenguaje inglés es mínimo y generalmente el software se apoya en una buena gráfica. Por esta razón, se incluyen referencias a algunas de estas aplicaciones que tienen buena crítica en revistas especializadas o son recomendados por la ISTE.

Para profesores de escuela, hay sitios especializados en revisar aplicaciones educativas para móviles, con una rúbrica básica pero que es suficiente como para orientar una decisión respecto de su utilización. Un sitio práctico de evaluación de apps educativas es: **Children's Technology Review** (<http://childrenstech.com/>)

Algunos ejemplos de sus contenidos son:

SliceFraction (<http://ululab.com/slice-fractions/>). Esta app de la empresa canadiense. Uulab recibió el premio de la Fundación Breteau como mejor app educativa. Su objetivo es enseñar el concepto de fracciones y utiliza el formato de juego con excelente gráfica animada. Se recomienda ver el breve clip de video del sitio Web de Uulab.



Bugs and Bubbles (<https://itunes.apple.com/us/app/bugs-and-bubbles/id500195730?mt=8>). Es una app de pago (USD\$ 2.99), para niños sobre 3 años de edad, construida como una serie de juegos interactivos con música de fondo. Está orientada a trabajar clasificación, patrones, ordenamientos, desarrollo motriz, memoria y otros.



Otras apps de matemáticas recomendadas por ISTE:

Discover Math with SketchPad Explorer (gratuito): Este software proviene del conocido software Geometer's SketchPad. Es una aplicación gratuita para tablet iPad y permite manipular, animar representaciones matemáticas para ayudar a los estudiantes en la comprensión de varios conceptos de matemáticas.

Contiene ejercicios de matemáticas elementales para alumnos de 1er ciclo básico, álgebra para 2o ciclo básico y parte de educación media y geometría para educación media.





Pedagogía en Educación Parvularia

TIC, Matemáticas en la Educación Parvularia

De acuerdo al Programa pedagógico de Educación Parvularia, en el ámbito *Relación con el medio natural y cultural* se presenta un núcleo de aprendizaje denominado Relaciones lógico-matemáticas y cuantificación. Este núcleo “se refiere a los diferentes procesos de pensamiento de carácter lógico-matemático a través de los cuales la niña y el niño intentan interpretar y explicarse el mundo. Corresponden a este núcleo los procesos de desarrollo de las diferentes dimensiones de tiempo y espacio, de interpretación de relaciones causales y aplicación de procedimientos en la resolución de problemas que se presentan en su vida cotidiana” (MINEDUC, Educación Parvularia, Programa Pedagógico, 1° NT)

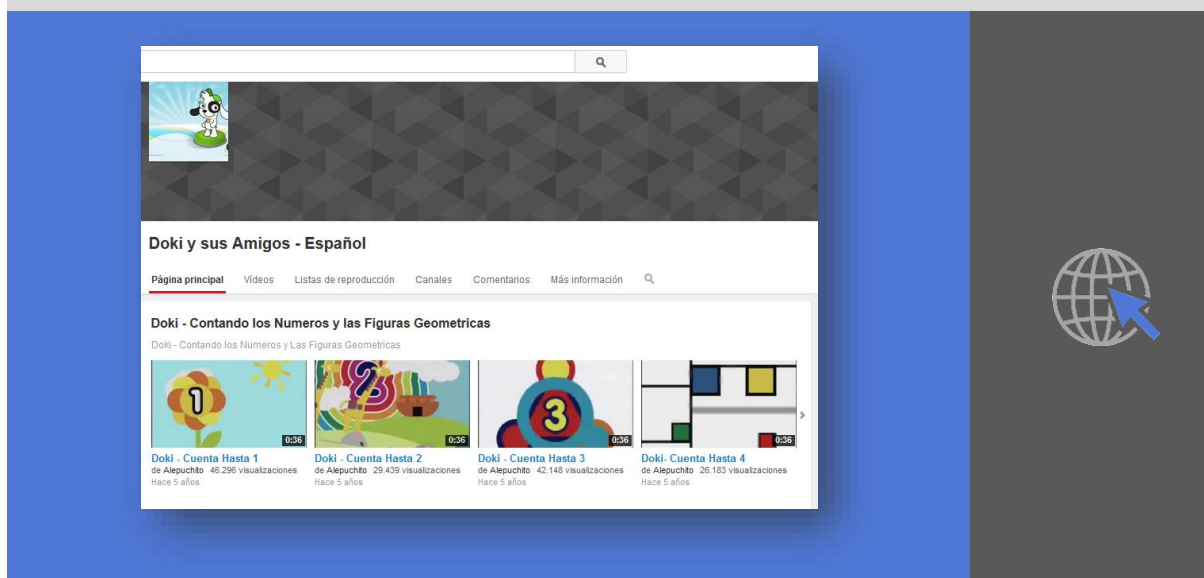
El núcleo Relaciones lógico-matemáticas y cuantificación establece dos ejes:

- 1) Razonamiento lógico-matemático
- 2) Eje cuantificación

Los siguientes recursos pueden ser utilizados para el desarrollo de los ejes recién mencionados.

Doky y sus amigos (en español). En Youtube se encuentra una serie de videos del personaje de Discovery Kids enseñando los números. Doky contando los números y las figuras geométricas.

<https://www.youtube.com/user/Alepuchito>



Banco de recursos AVERROES. Averroes es una red de centros educativos españoles que usan Internet como herramienta educativa.

<http://www.juntadeandalucia.es/educacion/portalerroes>



Educalandia. Sitio de recursos educativos organizados por nivel y temas.

<http://www.educalandia.net/alumnos/infantil.php>



Fantastic infantil. Un equipo del Colegio Hispania de Cartagena (Murcia) realizó un sitio web en donde comparten con los alumnos y sus familias todo lo que van trabajando en clases. Presenta un repositorio de juegos descargables de diferentes áreas. Los de matemática se pueden descargar en:

<https://sites.google.com/site/fantasticinfantil/juegos-descargables/juegos-descargables-matematicas>





El mismo sitio contiene ideas sobre metodologías.

Vedoque. Sitio web de recursos y Blog. Presenta un repositorio de juegos para preescolares. <http://www.vedoque.com/index.php?sec=Infantil>



Blog de la educadora MARIFE LARA con selección de recursos

<http://marife.wordpress.com/category/cuatro-anos/>



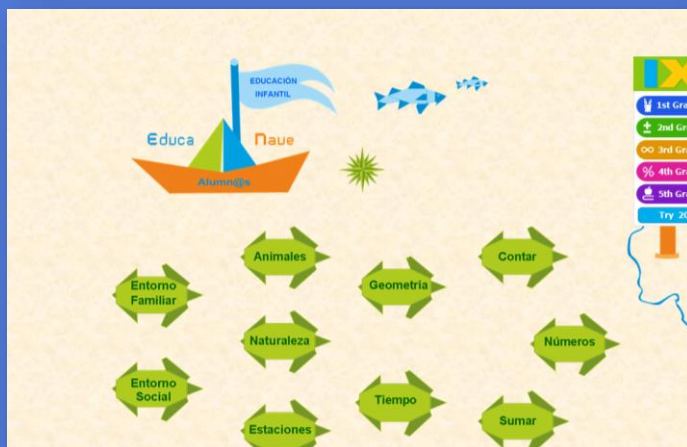
Recopilación de recursos. Blog con importante recopilación de recursos.

<http://marife.wordpress.com/category/cuatro-anos/>



Educanave. Sitio Web educativo que presenta juegos y recursos organizados por ámbitos y por nivel.

<http://www.educanave.com/>



Blog de recursos para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático

Presenta nueve secciones: contar, identificar números, comparar, delante/detrás, sumamos, sudokus, dominó, unir puntos y medir.

<http://ocatusus.wix.com/matematicas-infantiles>



Cinco patas.

<http://www.cincopatas.com/index.html>



Peque TIC.

<http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2009/pequetic/index.html>





Software CLIC. Clic está formado por un conjunto de aplicaciones de software libre que permiten crear diversos tipos de actividades educativas multimedia. La zonaClic es un servicio del Departamento de Educación de la Generalitat de Cataluña que difunde dichos recursos.

http://clic.xtec.cat/db/listact_es.jsp?lang=es&ordre=0&desc=1&from=1&are a=mat&idioma=es&nivell=*&text_titol=&text_aut=&text_desc=&num=25



Creative educator. Permite leer artículos de interés para educadores, por ejemplo, acerca de la creatividad:

[http://creativeeducator.tech4learning.com/.](http://creativeeducator.tech4learning.com/)

http://creativeeducator.tech4learning.com/2012/articles/Creative_Learning%20#%20ixzz363AffXIO





Didáctica de las matemáticas.

<http://www.educatube.es/didactica-de-las-matematicas/>



Recursos para dispositivos móviles

En lo que sigue se ha hecho una selección de aplicaciones de matemáticas ofrecidas para Educación de Párvulos. Este es un mercado muy dinámico, con nuevas ofertas todos los meses, por lo que el objetivo es sólo tener una primera impresión de esta oferta y eventualmente adquirir algunas aplicaciones para probar su aplicabilidad en la formación de Educadores de Párvulos.

La mayor parte de las referencias a aplicaciones se han obtenidos de la revista (y sitio) especializado, "Children's Technology Review" (<http://childrenstech.com/>) de los años 2013 y 2014. Estas aplicaciones han sido calificadas con una alta ponderación por especialistas de la revista.

Splash Math Kindergarten. <http://studypadinc.com> es un software de pago bien evaluado. Ofrece un conjunto de ejercicios matemáticos bien diseñados, altamente estructurados de matemáticas básicas que comienzan con conteo y avanzan hacia la adición, sustracción y otros conceptos de matemáticas. Ver vídeo y explicaciones en: <https://www.splashmath.com/apps/kindergarten-math>

Endless Numbers. <http://www.originatorkids.com>. Software gratuito (para ejercicios básicos, para más complejos es de pago). Introduce los numerales en el contexto de adiciones simples usando algo de humor. Tiene buena evaluación.

Incredible Numbers. www.touchpress.com. Software de pago, con buena evaluación. Es un libro interactivo con demostraciones matemáticas.

Tower Math. <http://dan-russell-pinson.com/>. Software de pago. Es un software de ejercitación con opciones de respuestas de selección múltiple. Se presenta como un juego en que deben eliminarse monstruos para "liberar" a los números. Para avanzar en partes del juego, se deben resolver problemas de matemáticas.





Planes de la Facultad que afectarán el uso de TIC en Matemáticas:

- **Observatorio de Prácticas Educativas Digitales:** esta nueva institucionalidad comienza a idearse a fines del año 2014 y tiene como objetivo impulsar, apoyar y estudiar prácticas docentes para la enseñanza en ambiente digital. Incluye la promoción y desarrollo de iniciativas que fomenten prácticas educativas innovadoras en ambiente digital, el diseño e implementación de un plan de formación para docentes y estudiantes que promueva el desarrollo de competencias para enseñar en contexto digital, promover investigación en el área y la vinculación con otras iniciativas de investigación y desarrollo en el área dentro y fuera de la Facultad.
- **Base de datos de recursos de aprendizaje TIC** (en plataforma Web) para los cursos y proyectos de investigación de la Facultad. Se listarán los diferentes recursos por especialidad (Lenguaje, Matemática, etc.) con descripción, sugerencias de uso, vínculos a tutoriales y videos de uso y otras funciones. Esta base de recursos se irá ampliando y completando permanentemente y se alojará en el CREAT. Se construirá el 2015. Sin embargo, se está estudiando la opción de instalar los recursos en el Observatorio de TIC en FID de Enlaces, el cual estará disponible durante el primer semestre del 2015.

Qué mirar a futuro en Matemáticas

Pronósticos [Horizon 2013] atinentes a Lenguaje:

- *“Al igual que el 2012, las **Tabletas** continúan siendo el 2013 y 2014 la tecnología más adoptada por los usuarios universitarios y siguen considerándose herramientas de gran potencial para el aprendizaje, tanto dentro como fuera del aula”.*

Las encuestas a alumnos de la Facultad, que se procesarán anualmente, irán dando cuenta del avance de la adopción de tablets personales por parte de los alumnos. Además, ya está a disposición de alumnos un conjunto de tablets en el CREAT, que puedan usarse en clases.

- *“En **dos o tres años**, se prevé la introducción de dos tecnologías en la Enseñanza Universitaria: los **Juegos** y el perfeccionamiento de las **Analíticas de Aprendizaje**. Los **Juegos** pueden ser herramientas efectivas para construir conceptos y simular experiencias reales y tienen como objetivo implicar a los estudiantes, proporcionándoles escenarios digitales que suponen un desafío para la comprensión de nuevos conceptos. Las **Analíticas de Aprendizaje** continúan siendo un campo que crece rápidamente, aunque todavía está fuera del alcance de la mayoría de los docentes. Los investigadores están interpretando grandes conjuntos de datos para predecir los comportamientos de los alumnos. La información derivada de las **Analíticas de Aprendizaje** puede informar de prácticas educativas en tiempo real, así como ayudar a diseñar sistemas de gestión de cursos que personalicen las experiencias educativas”.*

En el corto plazo, aumentará el uso y la capacidad de las plataformas móviles usadas por los alumnos (celulares, tabletas), en todos los niveles socio-económicos. Como en otros países, es razonable suponer que todos los estudiantes universitarios y gradualmente los escolares - comenzando por la Educación Media y luego la Educación Básica- contarán con estos dispositivos. El rol de la universidad será proveer de equipos en aquellos casos excepcionales que no dispongan, de plataformas de trabajo en línea, Wifi, y recursos digitales, además de licencias de software.



Referencias

- [AMTE 2006] Association of Mathematics Teacher Educators. (2006). Preparing teachers to use technology to enhance the learning of mathematics. Extraído de <http://www.amte.net/>
- [Earle 2002] Earle, R.S. (2002). The integration of instructional technology into public education: Promises and challenges. *ET Magazine*, 42(1), 5-13.
- [ISTE 2007] International Society for Technology in Education. (2007). National educational technology standards and performance indicators for students.
- [ISTE 2008] International Society for Technology in Education. (2008). National educational technology standards and performance indicators for teachers.
- [Light 2014] Light, D., Pierson, E. (2014) "Increasing Student Engagement in Math: The Study of an Intel Funded Program in Chile. Excutive Summary". Center for Children and Technology Education Development Center, Inc.
- [Mishra 2006] Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). [Technological Pedagogical Content Knowledge: A new framework for teacher knowledge](#). *Teachers College Record*. 108(6), 1017-1054.
- [NCTM 2000] National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics.
- [Niess 2005] Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21, 509-523.
- [Niess 2007] Niess, M. L. (2007, June). Mathematics teachers developing technological pedagogical content knowledge (TPCK). Paper presented at IMICT2007, Boston, MA.
- [Niess 2009] Niess, M. L., Ronau, R. N., Shafer, K. G., Driskell, S. O., Harper S. R., Johnston, C., Browning, C., Özgün-Koca, S. A., & Kersaint, G. (2009). Mathematics teacher TPACK standards and development model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 4-24.
- [tpack.org] <http://tpack.org>

